

Exercice 1 : Calculer les intégrales suivantes :

1. $I_1 = \int_0^1 (x^3 - 7x + 15)dx$
2. $I_2 = \int_0^1 x(x^2 + 1)^5 dx$
3. $I_3 = \int_{-2}^2 \sqrt{x+2} dx$
4. $I_4 = \int_0^{\pi/2} \sin(3x) dx$
5. $I_5 = \int_0^1 (4x+2)(x^2+x-2)^2 dx$
6. $I_6 = \int_0^1 x e^{-x^2} dx$
7. $I_7 = \int_{\frac{1}{2}}^1 \frac{e^{\frac{1}{x}}}{x^2} dx$
8. $I_8 = \int_e^{e^2} \frac{1}{x \sqrt{\ln(x)}} dx$
9. $I_9 = \int_1^2 \frac{x}{\sqrt{1+x^2}} dx$

Exercice 2 : Calculer à l'aide d'une intégration par parties les intégrales suivantes :

1. $I_1 = \int_1^2 \frac{e^{\frac{1}{x}}}{x^3} dx$
2. $I_2 = \int_1^e x(\ln(x))^2 dx$
3. $I_3 = \int_{-1}^1 x e^x dx$
4. $I_4 = \int_{-1}^1 x^2 e^x dx$
5. $I_5 = \int_1^3 \ln(x) dx$
6. $I_6 = \int_0^1 x^3 e^{x^2} dx$

Exercice 3 : Calculer à l'aide du changement de variables les intégrales suivantes :

1. $I_1 = \int_1^2 \frac{\ln(x)}{\sqrt{x}} dx, u = \sqrt{x}$
2. $I_2 = \int_0^1 \frac{1}{e^x + 1} dx, u = e^x$
3. $I_3 = \int_0^1 x \sqrt{3x^2 + 1} dx, u = 3x^2 + 1$
4. $I_4 = \int_1^2 \frac{1}{x + \sqrt{x}} dx, u = \sqrt{x}$
5. $I_5 = \int_0^1 e^{\sqrt{x}} dx, u = e^{\sqrt{x}}$
6. $I_6 = \int_{\frac{1}{2}}^1 \frac{1}{x(x+1)} \ln\left(\frac{x}{x+1}\right) dx, u = \frac{x}{x+1}$

Exercice 4 : On considère les intégrales :

$$I = \int_0^1 \frac{x-1}{1+x^3} dx \quad J = \int_0^1 \frac{x^4 - 2x^3}{(1+x^3)^2} dx$$

1. Montrer à l'aide d'une intégration par parties que :

$$I = \frac{3}{2}J - \frac{1}{4}.$$
2. Déterminer les réelles a, b et c telles que :

$$\frac{x-1}{1+x^3} = \frac{a}{1+x} + \frac{bx+c}{x^2-x+1} \quad \forall x \neq 1$$

3. Dédurre la valeur de I puis celle de J .

Exercice 5 : 1. Déterminer les réelles a, b et c telles que :

$$\frac{1}{x(x^2 + 1)} = \frac{a}{x} + \frac{bx + c}{x^2 + 1} \quad \forall x \neq 0$$

2. Calculer la valeur de l'intégrale

$$\int_{\frac{1}{2}}^1 \frac{1}{x(1 + x^2)} dx$$

3. Á l'aide d'une intégration par parties, déduire la valeur de l'intégrale

$$\int_{\frac{1}{2}}^1 \frac{x \ln(x)}{(1 + x^2)^2} dx$$